

LA FONCTION TANGENTE

I Définition

La fonction tangente est définie par $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$

II Ensemble de définition

$$x \in D \Leftrightarrow \cos x \neq 0$$

$$\Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k \times 2\pi \text{ et } x \neq -\frac{\pi}{2} + k \times 2\pi$$

$$\Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k \times \pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$$

III Périodicité

$$\begin{aligned} f(x + \pi) &= \tan(x + \pi) = \frac{\sin(x + \pi)}{\cos(x + \pi)} = \frac{-\sin x}{-\cos x} \\ &= \tan x \\ &= f(x) \end{aligned}$$

La fonction tangente est π périodique (périodique de période π)

On va se limiter à $] -\pi/2 ; \pi/2 [$

IV Parité

$$D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$$

D est symétrique par rapport à 0

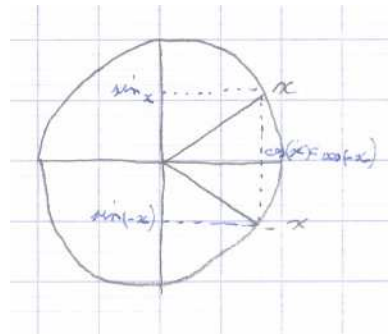
Pour tout x de D,

$$f(-x) = \frac{\sin(-x)}{\cos(-x)} = \frac{-\sin(x)}{\cos(x)} = -\tan x = -f(x)$$

f est impaire.

La courbe est symétrique par rapport à l'origine.

On peut se limiter à l'étude de $[0 ; \pi/2[$



V Continuité et dérivabilité

$x \mapsto \sin x$
 $x \mapsto \cos x$ sont continue et dérivables sur $\mathbb{R}$.

$x \mapsto \tan x$ est continue et dérivable sur tout l'intervalle contenu dans D en particulier sur $] -\pi/2 ; \pi/2 [$

IV Variations, limites, tableau de variation...

1) $\tan'(x) > 0$ pour tout x de D

donc $\tan$ est strictement croissante sur $] -\pi/2 ; \pi/2 [$ et sur tous les autres intervalles.

2) limites

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^-} \tan x = +\infty$$

La fonction étant impaire, $\lim_{x \rightarrow (-\frac{\pi}{2})^+} \tan x = -\infty$

La courbe admet des asymptotes d'équation $x = -\pi/2$ et $x = \pi/2$

3) Tableau de variation

x	$-\pi/2$	0	$\pi/2$
$(\tan)'_x$		+	
$\tan x$	$-\infty$	0	$+\infty$

$\sin 0 = 0$
 $\cos 0 = 1$
 $\tan 0 = 0$

4) Equation de la tangente à C en 0

$$y = f'(0) + f'(0) \times (x-0)$$

$$y = \tan 0 + \tan'(0) \times x$$

$$y = x$$

IV Représentation graphique

