

Courbes paramétrées

1) Fonctions vectorielles

$$f(t) = (x(t); y(t))$$

f est C^1 sur I (dérivable et sa dérivée est continue) Si et Seulement SI $\left. \begin{array}{l} t \mapsto x(t) \\ t \mapsto y(t) \end{array} \right\}$ sont C^1 sur I

2) Courbes paramétrées

$$\overrightarrow{OM} = f(t)$$

$\rightarrow f(t) = (x(t); y(t))$ est une fonction vectorielle

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases} \text{ est une représentation paramétrique}$$

3) Point régulier

M est un point régulier si $(x'(t_0), y'(t_0)) \neq (0, 0)$

La tangente à C en M a pour vecteur directeur $(x'(t_0), y'(t_0))$

4) Branches infinies d'une courbe paramétrée

- Si $x(t) \xrightarrow[t \rightarrow t_0]{} \pm \infty$ et $y(t) \xrightarrow[t \rightarrow t_0]{} b$: Asymptote horizontale d'équation $y = b$
- Si $x(t) \xrightarrow[t \rightarrow t_0]{} a$ et $y(t) \xrightarrow[t \rightarrow t_0]{} \pm \infty$: Asymptote verticale d'équation $x = a$
- Si $x(t) \xrightarrow[t \rightarrow t_0]{} \pm \infty$ et $y(t) \xrightarrow[t \rightarrow t_0]{} \pm \infty$:
 - o Si $\frac{y(t)}{x(t)} \xrightarrow[t \rightarrow t_0]{} \pm \infty$ alors on a une branche parabolique de direction asymptotique $(y'y)$
 - o Si $\frac{y(t)}{x(t)} \xrightarrow[t \rightarrow t_0]{} 0$ alors on a une branche parabolique de direction asymptotique $(x'x)$
 - o Si $\frac{y(t)}{x(t)} \xrightarrow[t \rightarrow t_0]{} a \in \mathbb{R}^*$ alors on étudie $\lim_{t \rightarrow t_0} (y(t) - ax(t))$
 - Si $y(t) - ax(t) \xrightarrow[t \rightarrow t_0]{} \pm \infty$ alors on a une branche parabolique de direction asymptotique $y = ax$
 - Si $y(t) - ax(t) \xrightarrow[t \rightarrow t_0]{} b \in \mathbb{R}$ alors on a une branche parabolique oblique d'équation $y = ax + b$

5) Courbes en coordonnées polaires

$$\overrightarrow{OM} = r(t) \cdot \vec{u}(\theta(t))$$

$$= \underbrace{r(t) \cdot \cos(\theta(t))}_{x(t)} \cdot \vec{e}_1 + \underbrace{r(t) \cdot \sin(\theta(t))}_{y(t)} \cdot \vec{e}_2$$

$$\theta(t) = t \rightarrow OM(\theta) = r(\theta) \cdot \vec{u}(\theta)$$

le vecteur accélération : $\vec{a} = (r'' - r) \cdot \vec{u} + 2r'v'$