Chapitre 13

Suites (1)

$P_n = x_n \times y_n$

(u_n) majorée si $\exists M \in \mathbb{R}, \forall n \in \mathbb{N}, u_n \leq M$

(u_n) minorée si $\exists M \in \mathbb{R}, \forall n \in \mathbb{N}, m \leq u_n$

<u>Suites convergentes :</u> $\forall \varepsilon > 0, \exists n_0 \in \mathbb{N}, \forall n \in \mathbb{N} \left(n \geq n_0 \Rightarrow |x_n - l| \leq \varepsilon \right)$

Unicité de la limite.

→ Toute suite réelle convergente est bornée

$\lim u_n = l$; $\lim \frac{1}{u_n} = \frac{1}{l}$

et $\lim v_n = l'$

Alors : $\lim(u_n + v_n) = l + l'$; $\lim(u_n v_n) = ll'$; $\lim \lambda u_n = \lambda l$ et $\lim \frac{u_n}{v_n} = \frac{l}{l'}$

<u>Suite extraite :</u>

$\forall n \in \mathbb{N}, v_n = u_{\varphi(n)}$

(u_{2n}) est une suite extraite de (u_n)

Toute suite extraite d'une suite extraite convergente est convergente vers la même limite

Pour qu'une suite diverge, il faut qu'elle admette une suite extraite divergente ou bien qu'elle admette 2 suites extraites convergentes mais vers 2 limites différentes.

<u>Suites monotones :</u>

- Suite croissante si $u_n \leq u_{n+1}$ (Strictement si <)
- Suite décroissante si $u_{n+1} \leq u_n$ (Strictement si <)

Toute suite réelle croissante et majorée est convergente & toute suite réelle décroissante et minorée est convergente.

<u>Suites adjacentes :</u>

2 suites réelles (u_n) et (v_n) sont adjacentes si :

- (u_n) est croissante
- (v_n) est décroissante
- $(v_n$-$u_n)$ tend vers 0

(u_n) et (v_n) convergent vers la même limité

$$u_n \leq u_{n+1} \leq l \leq v_{n+1} \leq v_n$$

<u>Théorème des segments emboîtés</u>

$(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$, $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$: 2 suites réelles

$\forall n \in \mathbb{N}, [a_{n+1}, b_{n+1}] \subset [a_n, b_n]$

$b_n - a_n \underset{n\infty}{\rightarrow} 0$ Alors $\exists l \in \mathbb{R}, \bigcap_{n\in\mathbb{N}} [a_n, b_n] = \{l\}$

Limite infinie d'une suite : $u_n \rightarrow +\infty$ ➔ $\frac{1}{u_n} \rightarrow 0$ et $u_n \rightarrow 0$ ➔ $\frac{1}{u_n} \rightarrow +\infty$

Toute suite croissante et non majorée tend vers $+\infty$; toute suite décroissante et non minorée tend vers $-\infty$