Suites (2)

Suites complexes :

$(z_n): \forall n \in \mathbb{N}, x_n = \mathrm{Re}(z_n), y_n = \mathrm{Im}(z_n)$

(z_n) est convergente quand : $\forall \varepsilon > 0, \exists n_0 \in \mathbb{N}, \forall n \in \mathbb{N}, \left(n \geq n_0 \Rightarrow |z_n - l| \leq \varepsilon\right)$

$$\left((z_n) \to l \in \mathbb{C}\right) \Leftrightarrow \begin{pmatrix} \mathrm{Re}(z_n) \to \mathrm{Re}(l) \\ \mathrm{Im}(z_n) \to \mathrm{Im}(l) \end{pmatrix}$$

Suites de références :

1) Arithmétiques :
   $u_n = u_0 + nr \qquad (u_{n+1} = u_n + r)$

2) géométriques :
   $u_n = q^n u_0 \qquad (u_{n+1} = qu_n)$

$q \in \mathbb{C}$, (q^n) est convergente ⇔ |q| < 1 ou q = 1

Suites réelles élémentaires

- $\sqrt[n]{a} \to 1$
- $\dfrac{a^n}{n^\alpha} \to +\infty$
- $\dfrac{\left(\ln(n)\right)^\alpha}{n^\beta} \to 0$

Si (u_n) est une suite réelle tel que $\forall n \in \mathbb{N}, u_n > 0$ et $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} \underset{n\infty}{\to} l < 1$ Alors $u_n \underset{n\infty}{\to} 0$

$$\lim \frac{a_n}{n!} = 0$$

Suites récurrentes réelles

$u_0 \in I, \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = f(u_n)$

$f(I) \subset I$

Si f est croissante alors (u_n) est monotone.

$f(u_0) - u_0 \geq 0$ ➔ (u_n) croissante

$f(u_0) - u_0 \leq 0$ ➔ (u_n) décroissante

Car f est supposée croissante.

Si f est décroissante alors les suites extraites (u_n) et (u_{n+1}) sont monotones et de sens de variations contraires.

Si f est continue sur I et $u_n \to l$ Alors f(l) = l

C est un point fixe de F lorsque f(x) = x